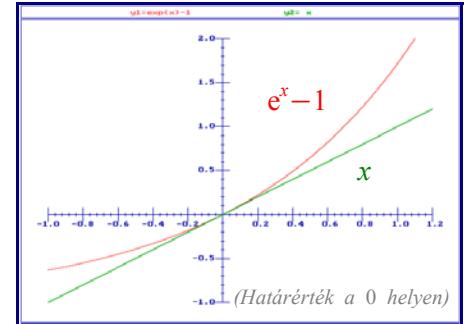
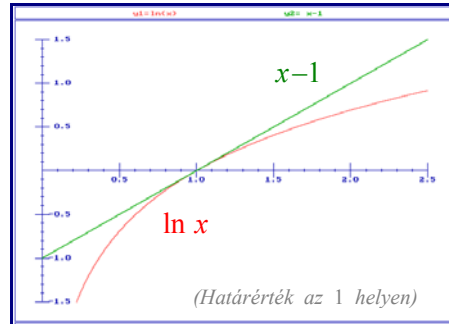
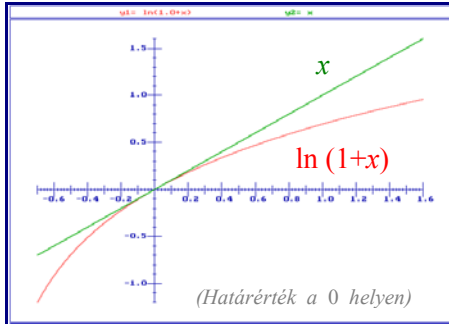
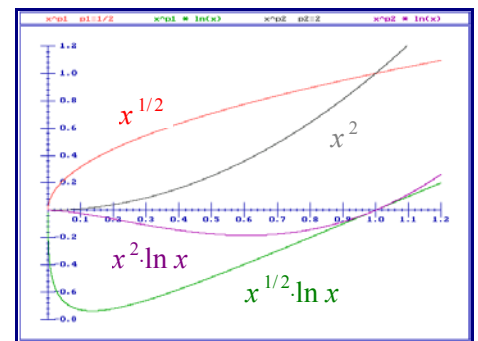
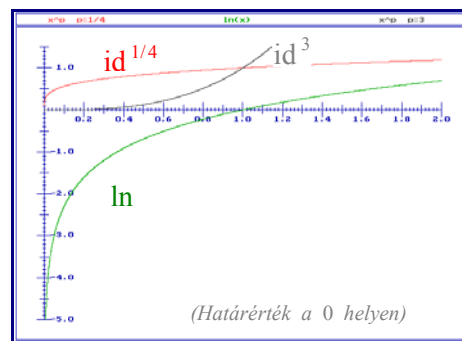
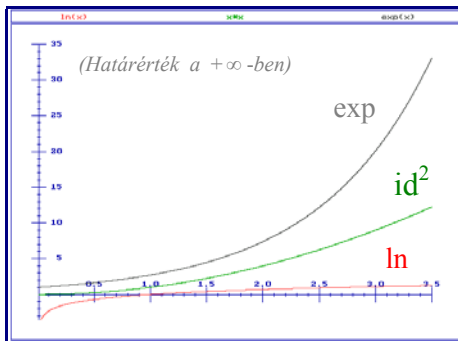


6. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)/x = 1$ **Biz.:** \ln (külső fv.) folyt. az e helyen, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$ (belső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{1/x} = \ln e$. 😊
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x / (x-1) = 1$ **Biz.:** $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ (belső fv.) és 6. (külső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \ln(1+(x-1))/(x-1) = 1$. 😊
8. $\lim_{x \rightarrow 0} (\exp x - 1)/x = 1$ **Biz.:** $\lim_{x \rightarrow 0} e^x = 1$ (belső fv.) és 7. (külső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln e^x / (e^x - 1) = 1$ és reciprok. 😊



9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x / x^p = 0, p \in \mathbb{R}^+$ **Biz.:** \ln (külső fv.) folytonos az 1 helyen, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x} = 1$ (belső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x^{1/x} = \ln 1 = 0$. Ebből (külső fv.) és $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^p = +\infty$ (belső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x^p / x^p = 0 \Rightarrow (\cdot 1/p) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x / x^p = 0$. 😊
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^p / \exp x = 0, p \in \mathbb{R}^+$ **Biz.:** 9. $1/p$ -re: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x / x^{1/p} = 0$ (külső fv.) és $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ (belső fv.) \Rightarrow (komp. hat. ért. II.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln e^x / (e^x)^{1/p} = 0$, azaz $\lim_{x \rightarrow +\infty} x / (e^x)^{1/p} = 0 \Rightarrow (p\text{-dik hatvány}) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^p / e^x = 0$. 😊
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^p \cdot \ln x = 0, p \in \mathbb{R}^+$ **Biz.:** $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1/x = 0$ (belső fv.) és 9. (külső fv.) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1/x) / (1/x)^p = 0, \cdot (-1)$. 😊



12. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x = 1$ **Biz.:** Ps.fv., elég $x \in (0, \pi/2)$ -re: $0 < \sin x < x < \tan x \Rightarrow 1 < x / \sin x < 1 / \cos x \rightarrow 1$, ha $x \rightarrow 0$. 😊
13. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) / x^2 = 1/2$ **Biz.:** $(1 - \cos x) / x^2 = \sin^2 x / (1 + \cos x) x^2 = (\sin x / x)^2 / (1 + \cos x) \rightarrow 1/2$, ha $x \rightarrow 0$. 😊

