INTEGRÁLSZÁMÍTÁS : PRIMITÍV FÜGGVÉNY, RIEMANN - INTEGRÁL.

ALAPINTEGRÁLOK :

$\int x^{\alpha}\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \qquad \alpha \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + c$ $x \in I \subset \left(-\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi,\ \frac{\pi}{2} + k\cdot\pi\right), \quad k \in \mathbf{Z}$	$\int \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}\,dx = \operatorname{th} x + c$
$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x \rvert + c$ $x \in I \subset (0, +\infty)$ vagy $x \in I \subset (-\infty, 0)$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + c$ $x \in I \subset (k\cdot\pi, (k+1)\cdot\pi), \quad k \in \mathbf{Z}$	$\int \frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}\,dx = -\operatorname{cth} x + c$ $x \in I \subset (0, +\infty)$ vagy $x \in I \subset (-\infty, 0)$
$\int e^x\,dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arc\,tg} x + c$ vagy $-\operatorname{arc\,ctg} x + c$	$\int \frac{1}{1-x^2}\,dx = \operatorname{ar\,th} x + c,$ ha $x \in I \subset (-1, 1)$, $\int \frac{1}{1-x^2}\,dx = \operatorname{ar\,cth} x + c,$ ha $x \in I \subset (-\infty, -1)$ vagy $x \in I \subset (1, +\infty)$
$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \qquad a \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + c$ vagy $-\arccos x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx = \operatorname{ar\,sh} x + c$
$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$	$\int \operatorname{sh} x\,dx = \operatorname{ch} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \operatorname{ar\,ch} x + c,$ ha $x \in I \subset (1, +\infty)$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = -\operatorname{ar\,ch}(-x) + c,$ ha $x \in I \subset (-\infty, -1)$
$\int \cos x\,dx = \sin x + c$	$\int \operatorname{ch} x\,dx = \operatorname{sh} x + c$	

Megj.: $\boxed{\int f(x)\,dx = F(x) + c}$ azt jelenti, hogy $\boxed{\forall x \in I \quad (F+c)'(x) = f(x)}$, ahol $c \in \mathbf{R}$ és I intervallum, $I \subset D(f)$.

F az $f|_I$ -nek **egy primitív függvénye**, az $\{F + c :\ c \in \mathbf{R}\}$ halmaz pedig $f|_I$ primitív függvényeinek halmaza !

A fenti táblázatban az intervallumot csak akkor jeleztük, ha az **integrandus** (f) értelmezési tartománya nem intervallum, így meg kellett adnunk, hogy a primitív függvények $D(f)$ mely részintervallumán értendők . Hangsúlyozzuk, hogy az $\int f(x)\,dx$, $\int f$ szimbólumok f primitív függvényeinek halmazát jelölik !

Integrálás helyettesítéssel :

$$\int f(u(x))\cdot u'(x)\,dx = \int f(t)\,dt\,\Big|_{t=u(x)} \qquad \left(\int (f\circ u)\cdot u' = \left(\int f\right)\circ u \right),$$

$$\int f(t)\,dt = \int f(u(x))\cdot u'(x)\,dx\,\Big|_{x=u^{-1}(t)} \qquad t = u(x), \quad u \text{ injektív függvény.}$$

$$\left(\int f = \left(\int (f\circ u)\cdot u'\right)\circ u^{-1} \right),$$

Parciális integrálás :

$$\int u'(x)\cdot v(x)\,dx = u(x)\cdot v(x) - \int u(x)\cdot v'(x)\,dx \qquad \left(\int u'\cdot v = u\cdot v - \int u\cdot v' \right),$$

Newton – Leibniz - tétel : Ha f az $[a, b]$ intervallumon értelmezett Riemann-integrálható függvény és az $F : [a, b] \to \mathbf{R}$ folytonos függvényre : $\forall x \in (a, b) \quad F'(x) = f(x)$, akkor

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)\ .}$$

A jobb oldal szokásos jelölései : $\left[\, F(x) \,\right]_{x=a}^{x=b}$, $\left[\, F(x) \,\right]_a^b$, $\left[\, F \,\right]_a^b$.